$$\lim_{x\to-\infty} f(x)-x = \lim_{x\to-\infty} 2-\sqrt{x^2-x}-x$$

$$= \lim_{x\to-\infty} 2-\left(\sqrt{x^2-x}+x\right) = \lim_{x\to-\infty} 2-\frac{x^2-x-x^2}{\sqrt{x^2-x}-x}$$

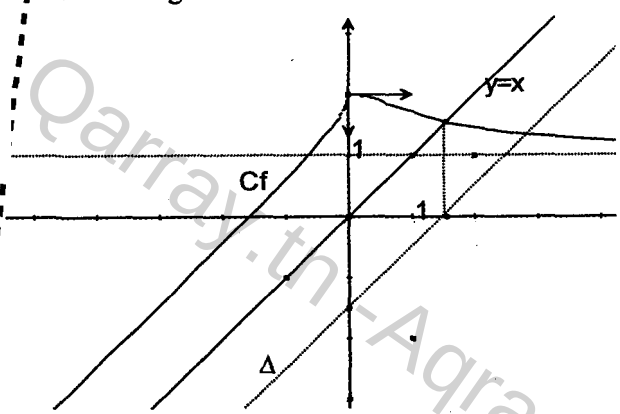
$$= \lim_{x\to-\infty} 2+\frac{x}{\sqrt{x^2-x}-x} = \lim_{x\to-\infty} 2+\frac{x}{-x\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}}+1\right)}$$

$$=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

Conclusion.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=1 \text{ et } \lim_{x\to-\infty} f(x)-x=-\frac{3}{2}$$

Donc: $\Delta: y=x-\frac{3}{2}$ est une asymptote oblique a C_f au Voisinage de $-\infty$.



8) a) $h(x)=f(\text{t}gx)$

On a: $tg\left(\left[0,\frac{\pi}{2}\right[\right)=[0,+\infty[$

Donc $\forall x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[: tgx\in[0,+\infty[$

$h'(x)=(tgx)'f'(tgx)$ (fonction composée)

$$=\cancel{\left(1+tg^2x\right)}\frac{-tgx}{\cancel{\left(1+tg^2x\right)}\left(\sqrt{1+tg^2x}\right)}$$

$$\boxed{h'(x)=\frac{-tgx}{\sqrt{1+tg^2x}}}, x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$$

b) $h(x)=f(tgx)=1+\frac{1}{\sqrt{1+tg^2x}}$

Or. $1+tg^2x=\frac{1}{\cos^2 x}$, d'où $\sqrt{1+tg^2x}=\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}$

$$=\frac{1}{|\cos x|}=\frac{1}{\cos x} \quad (\text{car } \cos x>0 \text{ sur } \left]0,\frac{\pi}{2}\right[)$$

Donc $\forall x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$, $h(x)=1+\frac{1}{\frac{1}{\cos x}}$

$$\Leftrightarrow \boxed{h(x)=1+\cos x}, \forall x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$$

Exercice n° 16

$$g(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}-1$$

a) $x\mapsto 2x$ dérivable sur $\mathbb{R}$.

$x\mapsto x^2+3$ dérivable sur $\mathbb{R}$

et $x^2+3>0$ donc $\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ dérivable sur $\mathbb{R}$.

D'où g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\forall x\in\mathbb{R}$ on a:

$$g'(x)=\frac{2\sqrt{x^2+3}-2x\times\frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}}{x^2+3}$$

$$g'(x)=\frac{2\left(x^2+3\right)-2x^2}{\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+3}}=\frac{6}{\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+3}}$$

$$\boxed{g'(x)=\frac{6}{\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+3}}}$$

b) $g'(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$

T.V:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		+		+	
$g(x)$	-3	↗	0	↗	1

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}-1 \underset{|x|=-x}{=} \lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{-x\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}}-1$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2}{\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}}-1=-3$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}}-1$$

$$\underset{|x|=x}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}}-1=1$$

c) $g(1)=\frac{2}{\sqrt{4}}-1=1-1=0$

Si $x\geq 1$ alors $g(x)\geq g(1)=0$

Qarray.tn-Aqra Blech-Qarray.tn